Instituto de Física - UFF
Mecânica Analítica - 1^oP/2012 - Prof. Daniel Jonathan
Lista de Exercícios 5 - teste (a princípio) na terça, 12/06

1. ex. 7.3
2. ex. 7.6
3. ex. 7.8
4. ex. 7.10. Atenção que, na definição de H, o termo de potencial escalar é $V(r)$, não $V(\vec{r})$.
5. [ex. 7.14 mod] Vimos no ex. 3 da lista 1 que, na Eletrodinâmica de Weber, a força entre duas cargas pontuais é gerada pelo potencial generalizado

   $$U(r,\dot{r}) = \frac{ee'}{r}\left(1+\frac{\dot{r}^2}{2c^2}\right),$$

   onde r é a distância entre as cargas. Considere uma partícula se movendo num plano sob a ação deste potencial.

   a) Usando coordenadas polares, encontre a Hamiltoniana $H(r,\theta,p_r,p_\theta)$. Interprete o seu resultado, comparando o seu resultado com o de uma partícula num potencial coulombiano comum. Em particular, o que há de estranho na forma do termo cinético radial?

   b) Escreva as equações de Hamilton, e mostre que p_θ é constante.

   c) Use o fato de que H também é uma constante de movimento (por que?) para obter uma equação diferencial de primeira ordem para r.
6. [ex. 7.15 mod] Considere uma partícula em movimento sob a ação de um potencial central $V(r)$, vista de um referencial que gira ao redor de um eixo passando pelo centro de força com velocidade angular constante ω em relação a um referencial inercial.

   a) Usando a Lagrangiana obtida no ex. 2 da lista 3 (ex. 3.10 do livro), mostre que, nesse referencial, o (vetor) momento $\vec{p}$ canonicamente conjugado ao (vetor) posição $\vec{r}$ é

   $$\vec{p} = m\left(\vec{v} + \vec{\omega}\times\vec{r}\right)$$

   b) Construa a função Hamiltoniana $H(\vec{r},\vec{p})$. Verifique que ela é uma quantidade conservada, mas não corresponde à soma da energia cinética $T = mv^2/2$ com a potencial $V(r)$, e sim a $T + V_{ef}(r)$, para um determinado potencial efetivo $V_{ef}(r)$.
7. ex. 8.2
8. ex. 8.4
9. [ex. 8.8 mod] Vimos na primeira parte do curso (Teorema 2.3.1) que as equações de Lagrange não se alteram pela substituição da Lagrangiana $L(q,\dot{q},t)$ por $\bar{L}(q,\dot{q},t) = L(q,\dot{q},t) + \frac{df(q,t)}{dt}$, para uma função $f(q,t)$ arbitrária.

   a) Identifique a transformação $(q,p)\to(Q,P)$ implícita nessa mudança de Lagrangiana.

   b) Mostre que essa transformação satisfaz a relação 8.1.7, e portanto é canônica.

   c) Verifique novamente que ela é canônica exibindo uma função geradora.

   d) Chegue à mesma conclusão usando parênteses de Poisson.
10. [ex. 8.13 mod]

    a) Mostre que a transformação

    $$Q = \ln(1+\sqrt{q}\cos p); \quad P = 2(1+\sqrt{q}\cos p)\sqrt{q}\,\mathrm{sen}\,p$$

    é canônica.

    b) Faça o exercício 8.1.1 do texto (funções geradoras dos tipos F_3 e F_4), e depois mostre que uma função geradora para a tranformação acima é

    $$F_3(p,Q) = -(e^Q-1)^2\tan p$$